

Narzędzia obliczeniowe fizyki  
Zestaw nr 2

Rozwiązania wszystkich zadań mają się znaleźć w **jednym** notatniku programu *Mathematica*<sup>®</sup>, a nazwa notatnika ma mieć postać „Imie\_Nazwisko\_zad\_02.nb” (bez polskich „ogonków”). Zadania należy przesłać wyłącznie w formie załącznika do maila na adres jacek.golak@uj.edu.pl najpóźniej we wtorek przed kolejnymi zajęciami. Po tym terminie zadania nie będą przyjmowane.

1. Policzyc granice ciągów liczbowych:

(a)  $a_n = \sin^3 \left( \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \right) n^3 - n^2$ ,

(b)  $b_n = \cos(n \pi) n^2 + \sin(2 n \pi) n^3$ ,

(c)  $c_n = \frac{3n^2+11}{n^2 \left(1+\frac{3}{n^2}\right)^{n^2+7}}$ ,

(d)  $d_n = \left( \frac{2n+5}{2n-3} \right)^n$ ,

(e)  $d_n = \left( (n^3 - 4n^2)^{\frac{1}{3}} - n \right)$ .

2. Policzyc granice funkcji:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$ ,

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}{2x}$ ,

(c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2+10)}{\ln(x^8+100)}$ ,

(d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-5x+4}{x(x-5)}$ ,

(e)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{(x^2-4)^2}$ ,

(f)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{(x^2-4)^2}$ .

3. Funkcja  $f(x)$  dana jest przedziałami:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2(x)}{1-\cos(x)} & , \quad x < 0, \\ (1+3a)e^{ax} & , \quad x \geq 0 \end{cases} .$$

Znaleźć wartość parametru  $a$ , przy której funkcja  $f(x)$  jest ciągła w całej swojej dziedzinie oraz narysować jej wykres dla  $x \in [-3, 5]$  dla znalezionej wartości  $a$ .

4. Obliczyć pochodne funkcji zmiennej rzeczywistej (a)  $x^x$ , (b)  $f(x) = x^{2x} \frac{1+\sqrt{x^2-2}}{(4-\ln(1-x^4))}$ .

5. Obliczyć pochodne do rzędu siódmego w punkcie  $x = e$  dla funkcji:  $f(x) = \ln^4 \left( \frac{x}{(x+e)^2} \right)$ , gdzie oczywiście  $\ln e = 1$ .

6. Znaleźć równanie stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = \sin\left(\frac{1}{5}x\right)$  w punkcie  $x = 6$ . Narysować na jednym rysunku wykres funkcji  $f(x)$ , styczną oraz zaznaczyć punkt styczności, używając funkcji *Plot*, *ListPlot* oraz *Show*.
7. Znaleźć wszystkie rzeczywiste pierwiastki równania  $x^4 + 8x^3 - 3x + 10 = 0$  z dokładnością do 20 miejsc znaczących.
8. Rozwiązać nierówność  $x^5 - 8x^3 - 2x - 6 \geq 0$ .
9. Znaleźć przybliżoną wartość rzeczywistego pierwiastka równania  $2 \sin(x) - \ln(x) = 0$  leżącego w przedziale  $(2, 3)$ .
10. Stosując schemat postępowania przedstawiony w notatniku *NOF\_2.nb*, zbadać przebieg zmienności funkcji  $f(x) = \frac{\ln(x^2-4)}{(x-1)^2}$ .

Jacek Golak