

Narzędzia obliczeniowe fizyki

Zestaw nr 4

Zadania pochodzą w większości z podręcznika

W. Krysicki, L. Włodarski,

Analiza matematyczna w zadaniach 1,

Wydawnictwo Naukowe PWN,

Warszawa, 2012.

Zadanie 1

Obliczyć iloczyny macierzowe:

$$(a) \begin{bmatrix} 5 & 2 & -2 & 3 \\ 6 & 4 & -3 & 5 \\ 9 & 2 & -3 & 4 \\ 7 & 6 & -4 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ -1 & -5 & 3 & 11 \\ 16 & 24 & 8 & -8 \\ 8 & 16 & 0 & -16 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Zadanie 2

Obliczyć wyznaczniki:

$$(a) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 & 5 & 3 \\ 5 & 6 & 8 & 7 & 4 & 2 \\ 8 & 9 & 7 & 6 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 5 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$(b) \begin{vmatrix} a-b & m-n & r-s \\ b-c & n-p & s-t \\ c-a & p-m & t-r \end{vmatrix}$$

Zadanie 3

Sprawdzić istnienie rozwiązań i tam, gdzie to jest możliwe znaleźć rozwiązania następujących układów równań:

$$(a). \quad 5x - 3y + 2z = 3, \quad 4x + 5y - 3z = 21, \quad 5x - 2y - 3z = -12.$$

$$(b). \quad 3x + 12y + 5z + 43 = 0, \quad 5x - 3y - 10z + 76 = 0, \quad 4x - 17y + 2z - 23 = 0.$$

$$(c) \begin{cases} 4x - 6y + 2z + 3t = 2, \\ 2x - 3y + 5z + 75t = 1, \\ 2x - 3y - 11z - 15t = 1. \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x + 2y + 3z - 2t + u = 4, \\ 3x + 6y + 5z - 4t + 3u = 5, \\ x + 2y + 7z - 4t + u = 11, \\ 2x + 4y + 2z - 3t + 3u = 6. \end{cases}$$

Zadanie 4

Obliczyć macierze odwrotne do macierzy

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

Zadanie 5

Dla macierzy $A = \{\{1,2,4\},\{5,-2,1\},\{1,2,2\}\}$

(a) znaleźć wielomian charakterystyczny

(b) sprawdzić, że macierz A jest pierwiastkiem macierzowym swojego równania charakterystycznego

(c) znaleźć wartości i wektory własne

(d) dokonać diagonalizacji macierzy

Zadanie 6

Rozwiązać równanie macierzowe $\mathbf{X} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 9 & 18 \end{bmatrix}$