

Narzędzia obliczeniowe fizyki  
Zestaw nr 5

Rozwiązania wszystkich zadań mają się znaleźć w jednym notatniku programu *Mathematica*<sup>®</sup>, a nazwa notatnika ma mieć postać „Imie\_Nazwisko\_zad\_05.nb” (bez polskich „ogonków”).

1. Wykorzystując podany w materiałach wzór na odległość punktu od prostej, znaleźć równanie paraboli  $p$ , która jest zbiorem punktów równoodległych od punktu  $F(-1, 3)$  i prostej  $l$  o równaniu  $x - y + 6 = 0$ . Narysować na jednym rysunku prostą  $l$ , punkt  $F$  i parabolę  $p$ .
2. Punkty  $A(-2, -1)$ ,  $B(2, -1)$ ,  $C(2, 3)$  i  $D(-2, 3)$  są wierzchołkami niejednorodnego kwadratu, którego gęstość powierzchniowa  $\sigma = dM/dS$  dana jest wzorem  $\sigma(x, y) = c(x^2 + y^4)$ , gdzie  $c$  jest dodatnią stałą. Znaleźć przy pomocy instrukcji *Integrate* pole powierzchni kwadratu. Wyznaczyć wartość stałej  $c$ , jeśli masa  $M$  kwadratu wynosi 10. Znaleźć środek masy tego kwadratu oraz moment bezwładności tej samej figury płaskiej względem prostej  $l$  o równaniu  $x - y + 5 = 0$ .
3. Znaleźć przy pomocy instrukcji *Integrate* pole powierzchni oraz środek masy jednorodnego wnętrza elipsy o równaniu  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{6} = 1$ . Następnie znaleźć moment bezwładności tej samej figury płaskiej względem prostej  $l$  o równaniu  $x - y + 5 = 0$ , przyjmując, że masa płyty wynosi  $M$ .
4. Znaleźć pole powierzchni oraz środek masy jednorodnego wnętrza elipsy o równaniu  $27x^2 + 10\sqrt{3}xy + 17y^2 \leq 192$ . Następnie znaleźć moment bezwładności tej samej figury płaskiej względem prostej  $l$  o równaniu  $(\sqrt{3} - 1)x + (1 + \sqrt{3})y - 10 = 0$ , przyjmując, że masa płyty wynosi  $M$ . Uwaga: wszystkie części tego zadania należy rozwiązać **numerycznie**, dzieląc obszar, w którym znajduje się elipsa na małe prostokąciki o bokach równoległych odpowiednio do osi  $Ox$  i  $Oy$ , o wymiarach  $dx \times dy$  i uwzględniając w odpowiednich sumach tylko te prostokąciki, które leżą we wnętrzu elipsy. Punktem wyjścia w rozwiązaniu musi być rysunek.

Jacek Golak