

Narzędzia obliczeniowe fizyki
Zestaw nr 7

Rozwiązania wszystkich zadań mają się znaleźć w jednym notatniku programu *Mathematica*[®], a nazwa notatnika ma mieć postać „Imie_Nazwisko_zad_07.nb” (bez polskich „ogonków”). Zадания należy przesyłać wyłącznie w formie załącznika do maila na adres jacek.golak@uj.edu.pl najpóźniej we wtorek przed kolejnymi zajęciami. Po tym terminie zadania nie będą przyjmowane

1. Dwie proste l_1 i l_2 są równoległe do tego samego wektora $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ ($u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 > 0$) i przechodzą odpowiednio przez punkty $P_1(x_1, y_1, z_1)$ i $P_2(x_2, y_2, z_2)$. Znaleźć odległość między tymi prostymi.
2. Policzyc moment bezwładności jednorodnego koła

$$x \in [-R, R], y \in [-\sqrt{R^2 - x^2}, \sqrt{R^2 - x^2}], z = 0, \quad (1)$$

o masie M względem dowolnej osi przechodzącej przez początek układu współrzędnych $O(0, 0, 0)$ i równoległej do wektora $\vec{u} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$.

3. Rozważyć przestrzenną bryłę sztywną, której punkty mają współrzędne spełniające proste nierówności:

$$x \in [0, a], y \in [0, b], z \in [0, \frac{xy + y^2}{c}], \quad (2)$$

gdzie a , b i c to dodatnie stałe. Policzyc objętość V obszaru zajmowanego przez bryłę. Znaleźć położenie środka masy bryły. Policzyc moment bezwładności bryły I_b względem dowolnej osi przechodzącej przez początek układu współrzędnych $O(0, 0, 0)$ i równoległej do wektora $\vec{u} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$. Wyrazić moment bezwładności I_b przez całkowitą masę M bryły, zakładając, że ma ona stałą gęstość objętościową $\rho = M/V$.

4. Znaleźć objętość kuli o promieniu R , używając współrzędnych kartezjańskich:

$$K = \{(x, y, z) \in \mathcal{R}^3 : -R \leq x \leq R, -\sqrt{R^2 - x^2} \leq y \leq \sqrt{R^2 - x^2}, \\ -\sqrt{R^2 - x^2 - y^2} \leq z \leq \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}\}. \quad (3)$$

5. Znaleźć objętość kuli o promieniu R , używając współrzędnych sferycznych:

$$x = r \sin \theta \cos \varphi, y = r \sin \theta \sin \varphi, z = r \cos \theta, \quad (4)$$

gdzie dla kuli o środku w początku układu współrzędnych $r \in [0, R]$, $\theta \in [0, \pi]$, $\varphi \in [0, 2\pi]$.

6. Znaleźć objętość kuli o promieniu R , używając współrzędnych walcowych:

$$x = r \cos \phi, y = r \sin \phi, z = u, \quad (5)$$

gdzie dla kuli o środku w początku układu współrzędnych $r \in [0, R]$, $\phi \in [0, 2\pi]$, $u \in [-\sqrt{R^2 - r^2}, \sqrt{R^2 - r^2}]$.

7. Odpowiednio sparametryzować i narysować przykładowy wycinek kuli i odcinek kuli.
8. Znaleźć środek masy jednorodnej półkuli o promieniu R .
9. Znaleźć moment bezwładności jednorodnej kuli o masie M i promieniu R względem dowolnej osi przechodzącej przez środek kuli.

Jacek Golak