Wykład X

2021

Similarly, in the frame K' the wave front is specified by

$$c^2t'^2 - (x'^2 + y'^2 + z'^2) = 0 \tag{11.14'}$$

With the assumption that space-time is homogeneous and isotropic, as implied by the first postulate, the connection between the two sets of coordinates is linear. The quadratic forms (11.14) and (11.14′) are then related by

$$c^2t'^2 - (x'^2 + y'^2 + z'^2) = \lambda^2[c^2t^2 - (x^2 + y^2 + z^2)] \tag{11.15}$$

where $\lambda = \lambda(\mathbf{v})$ is a possible change of scale between frames. With the choice of orientation of axes and considerations of the inverse transformation from K' to K it is straightforward to show that $\lambda(v) = 1$ for all v and that the time and space coordinates in K' are related to those in K by the *Lorentz transformation*

$$\left.\begin{aligned} x_0' &= \gamma(x_0 - \beta x_1) \\ x_1' &= \gamma(x_1 - \beta x_0) \\ x_2' &= x_2 \\ x_3' &= x_3 \end{aligned}\right\} \tag{11.16}$$

where we have introduced the suggestive notation $x_0 = ct$, $x_1 = z$, $x_2 = x$, $x_3 = y$ and also the convenient symbols,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\beta} &= \frac{\mathbf{v}}{c}, \qquad \beta = |\boldsymbol{\beta}| \\ \gamma &= (1 - \beta^2)^{-1/2} \end{aligned} \tag{11.17}$$

The inverse Lorentz transformation is

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= \gamma(x_0' + \beta x_1') \\ x_1 &= \gamma(x_1' + \beta x_0') \\ x_2 &= x_2' \\ x_3 &= x_3' \end{aligned}\right\} \tag{11.18}$$

It can be found from (11.16) by direct calculation, but we know from the first postulate that it must result from (11.16) by interchange of primed and unprimed variables along with a change in the sign of β. According to (11.16) or (11.18), the coordinates perpendicular to the direction of relative motion are unchanged while the parallel coordinate *and the time* are transformed. This can be contrasted with the Galilean transformation (11.1).

Equations (11.16) and (11.17) describe the special circumstance of a Lorentz transformation from one frame to another moving with velocity $\mathbf{v}$ parallel to the x_1 axis. If the axes in K and K' remain parallel, but the velocity $\mathbf{v}$ of the frame K' in frame K is in an arbitrary direction, the generalization of (11.16) is

$$\left.\begin{aligned} x_0' &= \gamma(x_0 - \boldsymbol{\beta}\cdot\mathbf{x}) \\ \mathbf{x}' &= \mathbf{x} + \frac{(\gamma - 1)}{\beta^2}(\boldsymbol{\beta}\cdot\mathbf{x})\boldsymbol{\beta} - \gamma\boldsymbol{\beta}x_0 \end{aligned}\right\} \tag{11.19}$$

The first equation here follows almost trivially from the first equation in (11.16). The second appears somewhat complicated, but is really only the sorting out of components of $\mathbf{x}$ and $\mathbf{x}'$ parallel and perpendicular to $\mathbf{v}$ for separate treatment in accord with (11.16).

J. D. Jackson
Classical Electrodynamics

Konwencje dla czterowektorów

J.D. Bjorken, S.D. Drell
Relatywistyczna teoria kwantów
PWN, Warszawa 1985

Relativistic Quantum Mechanics
McGraw-Hill, New York 1964
Relativistic Quantum Fields
McGraw-Hill, New York 1965

czterowektor a^μ, $\mu = 0,1,2,3$

$$a^\mu = (a^0, \vec{a})$$

iloczyn skalarny $a \cdot b = a^0 b^0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$

tensor metryczny $g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$$a \cdot b = g_{\mu\nu} a^\mu b^\nu$$

$$a_\mu = g_{\mu\nu} a^\nu$$

$$g^{\mu\nu} g_{\nu\alpha} = \delta^\mu{}_\alpha = \begin{cases} 1, & \mu = \alpha \\ 0, & \mu \neq \alpha \end{cases}$$

$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu}$, więc $\partial_\mu x^\nu = \delta_\mu^\nu$

$\partial_\mu = (\partial_0, \vec{\nabla})$, $\partial^\mu = (\partial_0, -\vec{\nabla})$!

Uwaga na dwie konwencje dotyczące całkowicie antysymetrycznego symbolu Levi-Civity

Bjorken and Drell: $\varepsilon_{0123} = 1$

Greiner $\varepsilon^{0123} = 1$!

Jednostki naturalne

$\hbar = 1$, $c = 1$ ← jednostka prędkości

↑

jednostka momentu pędu (lub działania)

Musimy uzupełnić ten naturalny (?) układ o jeszcze jedną jednostkę, by stworzyć układ równoważny układowi MKS (metr-kilogram-sekunda). Bierzemy jednostkę energii, powiedzmy MeV lub GeV.

Wszystkie stałe $\hbar$ i c są pomijane w równaniach, na przykład

$$E^2 = c^2 p^2 + c^4 m^2 \rightarrow E^2 = p^2 + m^2$$

Wszystkie wielkości w układzie jednostek naturalnych mają wymiar potęgi energii. W szczególności

$$\text{masa} = \frac{1}{c^2}\,\text{energia}$$

$$\text{długość} = \frac{\hbar}{\text{pęd}} = \frac{\hbar c}{\text{energia}}$$

$$\text{czas} = \frac{\text{długość}}{\text{prędkość}} = \frac{\hbar c}{c \text{ energia}} = \frac{\hbar}{\text{energia}}$$

Dlatego też możemy równoważnie używać potęg jednostki długości, metra (lub fentometra = fm)

$$\hbar c = 197.327 \text{ MeV fm}$$

$$\hbar = 6.5821 \times 10^{-22} \text{ MeV} \cdot \text{s}$$

$$1 \frac{\text{MeV}}{c^2} = 1.7827 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

Przykładowe pytania

1) Wyrazić 1s w GeV
2) Przekształcić wzór na przekrój czynny Thomsona dany w jednostkach naturalnych: $\sigma = \frac{8\pi\alpha^2}{3 m_e^2}$ do "porządnej" postaci, w której występują $\hbar$ i c. W tym wzorze $\alpha \approx \frac{1}{137}$, a m_e to masa elektronu.
3) Całkowita szybkość rozpadu mionu może być przybliżona przez wyrażenie $\Gamma = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3}$, gdzie m_μ jest masą mionu, a $G_F \approx 1.1664 \times 10^{-5}$ GeV^{-2} jest stałą Fermiego. Znaleźć czas życia mionu w sekundach.

Relatywistyczne równania falowe

Zaczynamy od równania Schrödingera

$$H\psi = i\frac{\partial\psi}{\partial t},$$

gdzie H jest hamiltonianem (operatorem energii). W przypadku nierelatywistycznym dla swobodnej cząstki mamy

$$E = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m}, \quad \vec{p} \to i\vec{\nabla}, \quad E \to i\frac{\partial}{\partial t}$$

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\nabla^2}{2m}\psi, \quad \psi = \psi(t,\vec{x}) \equiv \psi(x)$$

Relatywistycznie $E = \sqrt{p^2+m^2}$

Jak sobie poradzić z tym pierwiastkiem w przestrzeni położeniowej?

(W przestrzeni pędowej to żaden problem!)

I możliwość: pracować z H^2

$$H^2\phi(x) = -\frac{\partial^2}{\partial t^2}\phi(x)$$

Ten schemat jest możliwy dla funkcji falowej o jednej składowej

II możliwość: zbudować nowy hamiltonian H_D, który jest liniową funkcją pędu i który ma właściwość

$$H_D^2 = H. \quad H_D\psi(x) = i\frac{\partial}{\partial t}\psi(x)$$

$\psi(x)$ musi mieć więcej niż jedną składową!

I wybór prowadzi do równania Kleina-Gordona

$$\Box \equiv \partial_\mu \partial^\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

$$\underbrace{\left(\Box + m^2\right)}_{\text{nie zmienia się przy transformacjach Lorentza}} \phi(x) = 0 \qquad (RKG)$$

RKG nie zmienia swojej formy przy zmianie zmiennych zadanej przez dowolną transformację Lorentza, jeśli $\phi(x)$ jest funkcją skalarną

$$\phi(x) \longrightarrow \phi'(x') = \phi(x)$$

Oczywiście $x \equiv (x^0, \vec{x}) \equiv (t, \vec{x})$

$\phi(x)$ opisuje cząstkę bezspinową (nie zmienia się przy obrotach)

Rozwiązania w postaci fali płaskiej

$$\phi(x) = N e^{-i(Et - \vec{p}\cdot\vec{x})}$$

$$E = \pm\sqrt{\vec{p}^{\,2} + m^2}$$

Mamy rozwiązania o ujemnej energii!

Mamy także problem z interpretacją probabilistyczną rozwiązań w postaci fali płaskiej RKG

Jeśli zdefiniujemy

$$\rho = i\left(\phi^* \frac{\partial \phi}{\partial t} - \phi \frac{\partial \phi^*}{\partial t}\right)$$

$$\vec{j} = -i\left(\phi^* \vec{\nabla}\phi - \phi \vec{\nabla}\phi^*\right)$$

zachodzi $\partial_\mu j^\mu = 0 \quad (j^\mu \equiv (\rho, \vec{j}))$,

czyli mielibyśmy zachowanie prądu prawdopodobieństwa. Jednak $\rho = 2|N|^2 E$, więc gęstość prawdopodobieństwa może być ujemna!

Te fakty spowodowały, że Dirac zapostulował nowe równanie falowe, a RKG uznano za błędne.

Jednak "problemy" RKG mają naturalne zastosowanie w teorii pola cząstek o spinie zero!

Równanie Diraca

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = (-i\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla} + \beta m)\psi \quad (RD)$$

(Kompletnie pomijam wyprowadzenie)

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{\alpha} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & \vec{\sigma} \\ \hline \vec{\sigma} & 0 \end{array}\right), \quad \beta = \left(\begin{array}{c|c} \mathbb{1} & 0 \\ \hline 0 & -\mathbb{1} \end{array}\right)$$

β oraz $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ to macierze 4×4

Uwaga: możliwe są różne wybory dla macierzy β i $\vec{\alpha}$ (oraz dla ściśle powiązanych z nimi macierzy γ)

$$H_D\psi = (-i\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla} + m\beta)\psi$$

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_1(x) \\ \psi_2(x) \\ \psi_3(x) \\ \psi_4(x) \end{pmatrix}$$

funkcja falowa ma cztery składowe

Czym jest $\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla}$?

$$\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla} = \alpha_1\frac{\partial}{\partial x} + \alpha_2\frac{\partial}{\partial y} + \alpha_3\frac{\partial}{\partial z}$$

Liczone są pochodne cząstkowe składowych f. falowej, a potem te składowe są mieszane przez iloczyny macierzowe.

$$H_D^2 \varphi = (m^2 - \vec{\nabla}^2)\psi$$

(sprawdzimy w programie Mathematica lub "ręcznie")

Gęstość i prąd prawdopodobieństwa w równaniu Diraca

$$\psi^+ / \; i\frac{\partial \psi}{\partial t} = (-i\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla} + m\beta)\psi$$

$$-i\frac{\partial \psi^+}{\partial t} = (+i(\vec{\nabla}\psi^+)\cdot\vec{\alpha} + m\psi^+\beta) / \psi$$

uwaga: $\beta^+ = \beta$, $\alpha_i^+ = \alpha_i$

$$i\psi^+\frac{\partial \psi}{\partial t} = -i\psi^+\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla}\psi + m\psi^+\beta\psi$$

$$i\frac{\partial \psi^+}{\partial t}\psi = -i(\vec{\nabla}\psi^+)\cdot\vec{\alpha}\psi - m\psi^+\beta\psi$$

Dodając stronami:

$$\underbrace{i\left(\frac{\partial \psi^+}{\partial t}\psi + \psi^+\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)}_{\frac{\partial}{\partial t}(\psi^+\psi)} = -i\varphi^+\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla}\psi - i(\vec{\nabla}\psi^+)\cdot\vec{\alpha}\psi$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \vec{\nabla}\cdot\underbrace{(\psi^+\vec{\alpha}\psi)}_{\vec{j}} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \vec{\nabla}\cdot\vec{j} = 0$$ równanie ciągłości

$$\rho = \psi^+\varphi \geq 0$$

Przynajmniej jeden problem został rozwiązany!

Co z rozwiązaniami w postaci fali płaskiej?

Załóżmy, że mają one następującą postać (dwa razy po dwie składowe)

$$\psi = \begin{pmatrix} \chi(\vec{p}) \\ \phi(\vec{p}) \end{pmatrix} \underbrace{e^{-i(Et-\vec{p}\cdot\vec{r})}}_{W}$$

$$(-i\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla}\psi + m\beta)\psi - i\frac{\partial\psi}{\partial t} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$W\begin{pmatrix} p_z\phi_1 + p_x\phi_2 - ip_y\phi_2 - E\chi_1 + m\chi_1 \\ p_x\phi_1 + ip_y\phi_1 - p_z\phi_2 - E\chi_2 + m\chi_2 \\ -E\phi_1 - m\phi_1 + p_z\chi_1 + p_x\chi_2 - ip_y\chi_2 \\ -E\phi_2 - m\phi_2 + p_x\chi_1 + ip_y\chi_1 - p_z\chi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Obie strony dzielimy przez W i zapisujemy wynik w postaci

$$\left(\begin{array}{cc|cc} m & 0 & p_z & p_x - ip_y \\ 0 & m & p_x + ip_y & -p_z \\ \hline p_z & p_x - ip_y & -m & 0 \\ p_x + ip_y & -p_z & 0 & -m \end{array}\right)\begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \overline{m} & \vec{p}\cdot\vec{\sigma} \\ \vec{p}\cdot\vec{\sigma} & -\overline{m} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} = E\begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix}$$

gdzie $\overline{m} \equiv \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & -m \end{pmatrix}$

$\vec{p}\cdot\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} p_z & p_x - ip_y \\ p_x + ip_y & -p_z \end{pmatrix}$ macierze 2×2

$$\overline{m}\chi + \vec{p}\cdot\vec{\sigma}\,\phi = E\chi$$
$$\vec{p}\cdot\vec{\sigma}\,\chi - m\phi = E\phi$$
$$(\overline{m}\chi = m\chi\ ,\ \overline{m}\phi = m\phi)$$
$$(E-m)\chi = \vec{p}\cdot\vec{\sigma}\,\phi \Rightarrow \chi = \frac{\vec{p}\cdot\vec{\sigma}}{E-m}\phi$$
$$\vec{p}\cdot\vec{\sigma}\,\chi = (E+m)\phi \Rightarrow \phi = \frac{\vec{p}\cdot\vec{\sigma}}{E+m}\chi$$

Dlatego ogólne rozwiązanie z dodatnią energią $E=\sqrt{\vec{p}^{\,2}+m^2}$ ma postać

$$\psi(x) = c\begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\vec{p}\cdot\vec{\sigma}}{E+m}\chi \end{pmatrix} e^{-i(Et-\vec{p}\cdot\vec{x})}$$

(Możemy wziąć dwa liniowo niezależne wektory χ, które mają dwie składowe)

Ogólne rozwiązanie z ujemną energią $E=-\sqrt{\vec{p}^{\,2}+m^2}$ ma postać

$$\psi(x) = c\begin{pmatrix} \frac{\vec{p}\cdot\vec{\sigma}}{E-m}\phi \\ \phi \end{pmatrix} e^{-i(Et-\vec{p}\cdot\vec{x})}$$

Problem rozwiązań z ujemną energią nie został rozwiązany!

W praktycznych obliczeniach, które wykorzystują rozwiązania równania Diraca przy liczeniu przekrojów czynnych i szybkości rozpadów używamy (normalizacja Greiner) dla $E>0$

$$\sqrt{E+m}\begin{pmatrix}\chi_s \\ \frac{\vec{p}\cdot\vec{\sigma}}{E+m}\chi_s\end{pmatrix} e^{-ip\cdot x} \equiv u(p,s)e^{-ip\cdot x},$$

gdzie $\chi_s^{\dagger}\chi_s = 1$

Rozwiązania o ujemnej energii są modyfikowane: $E\to -E$, $\vec{p}\to-\vec{p}$ i dostajemy

$$\sqrt{E+m}\begin{pmatrix}\frac{\vec{p}\cdot\vec{\sigma}}{E+m}\chi_s \\ \chi_s\end{pmatrix} e^{ip\cdot x} \equiv v(p,s)e^{ip\cdot x}$$

Te wielkości u i v są używane w teorii pola (→ reguły Feynmana)

Do czego w ogóle potrzebne jest RD?
Potrzebujemy go do opisu cząstek o spinie $\frac{1}{2}$! Jak to stwierdzić?

$$H_D = \vec{\hat{p}} \cdot \vec{\alpha} + m\beta$$

$\hat{p}$ operator pędu

Zachodzi:

(a) $[\vec{\hat{L}}, H_D] \neq 0$, $\vec{\hat{L}} = \vec{\hat{r}} \times \vec{\hat{p}}$

Orbitalny moment pędu nie jest zachowany nawet dla cząstki swobodnej.

(b) $[\frac{1}{2}\vec{\hat{\Sigma}}, H_D] \neq 0$, $\vec{\hat{\Sigma}} = \left(\begin{array}{c|c} \vec{\sigma} & 0 \\ \hline 0 & \vec{\sigma} \end{array}\right)$

operator spinu

Spin też nie jest "dobrą" liczbą kwantową nawet dla cząstki swobodnej.

(c) $[\vec{\hat{L}} + \frac{1}{2}\vec{\hat{\Sigma}}, H_D] = 0$

$\vec{\hat{J}}$ – operator całkowitego momentu pędu

(d) $\frac{1}{4}\vec{\hat{\Sigma}}^2 = \frac{3}{4}\begin{pmatrix} 1\!\!1 & 0 \\ 0 & 1\!\!1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)\left(\begin{array}{c|c} 1\!\!1 & 0 \\ \hline 0 & 1\!\!1 \end{array}\right)$

Sprawdzimy (a) – (d) w programie Mathematica

Będziemy używać dwóch sposobów na określenie kierunku spinu cząstki Diraca

(1) Bierzemy wektor jednostkowy

$\hat{s} = (\sin\Theta\cos\phi, \sin\Theta\sin\phi, \cos\Theta)$

i tworzymy $\hat{s}\cdot\vec{\sigma}$. Następnie znajdujemy wektor własny $\hat{s}\cdot\vec{\sigma}$ do wartości własnej 1:

$$\hat{s}\cdot\vec{\sigma}\,\chi_s = \chi_s$$

Taki wybór χ_s w $u(p,s)$ oznacza, że określamy kierunek rzutu spinu w układzie spoczynkowym cząstki.

(2) używamy stanów własnych operatora helicity (rzutu spinu na kierunek pędu)

Dla cząstki swobodnej pęd, a więc także długość pędu jest "dobrą" liczbą kwantową, więc wystarczy sprawdzić, że

$$[-i\vec{\nabla}\cdot\vec{\Sigma}, H_D] = 0$$

Teraz w $u(p,s)$ i $v(p,s)$ będziemy używać χ danych przez warunek

$$\hat{p}\cdot\vec{\sigma}\,\chi_h = h\,\chi_h \quad \left(\hat{p} = \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}\right)$$

Dlatego na przykład

$$u(p,s) \to u(p,h) = \sqrt{E+m}\begin{pmatrix} \chi_h \\ \frac{\vec{p}\cdot\vec{\sigma}}{E+m}\chi_h \end{pmatrix}$$

$$= \sqrt{E+m}\begin{pmatrix} \chi_h \\ \frac{h|\vec{p}|}{E+m}\chi_h \end{pmatrix}$$

Możemy jeszcze wprowadzić słynne macierze γ (w konkretnej reprezentacji Diraca). Są one potrzebne do zapisania RD w relatywistycznie współzmienniczej formie. (Dowód, że RD zachowuje swoją postać przy dowolnej transformacji Lorentza i przepis na zmianę funkcji falowej przy transformacji Lorentza to osobna sprawa.)

$$\gamma^0 = \beta, \quad \vec{\gamma} = \beta\vec{\alpha}$$

$$\gamma^0 = \left(\begin{array}{c|c} \mathbb{1} & 0 \\ \hline 0 & -\mathbb{1} \end{array}\right), \quad \vec{\gamma} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & \vec{\sigma} \\ \hline -\vec{\sigma} & 0 \end{array}\right)$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2 g^{\mu\nu} I_{4\times4}$$

Notacja (bo mamy jakby czterowektor)

$$\not{a} \equiv a^\mu \gamma_\mu \equiv a_\mu \gamma^\mu \quad (a \text{ "slash"})$$

$$\beta = \gamma^0, \quad \vec{\alpha} = \gamma^0 \vec{\gamma}, \quad (\gamma^0)^2 = I_{4\times4}$$

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = (-i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + m\beta)\psi$$

$$\gamma^0 / \; i \frac{\partial \psi}{\partial t} = (-i \gamma^0 \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} + \gamma^0 m)\psi$$

$$i\gamma^0 \frac{\partial \psi}{\partial t} = -i \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} \psi + m\psi$$

$$\left(i\gamma^0 \frac{\partial \psi}{\partial t} + i \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla}\right)\psi - m\psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(i\not{\partial} - m)\psi = 0 \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Spinory u i v spełniają proste równania macierzowe

$$(\not{p} - m) u(p,s) = 0$$

$$(\not{p} + m) v(p,s) = 0$$

Temu wykładowi odpowiada kilka notatników ilustrujących własności macierzy γ, hamiltonianu Diraca oraz spinorów $u(p,s)$ i $v(p,s)$.
Obliczenia w notatnikach zastępują żmudne i czasochłonne tradycyjne przeliczenia. Proszę się z nimi (przeliczeniami i notatnikami) gruntownie zapoznać, bo wielkości wprowadzone (przypomniane?) na dzisiejszym wykładzie będą niezbędne w dalszych wykładach i ćwiczeniach!