Zestaw 8

1. Aby opisać efekty łamania niezależności ładunkowej w oddziaływaniu nukleon-nukleon, autorzy potencjału Argonne V18 [1] wprowadzili następujący podział składników centralnej części potencjału działających w stanach dwóch nukleonów z całkowitym izospinem $T = 1$ i całkowitym spinem $S = 0, 1$:

$$v_{T=1} = v_{CI} I_d + v_{CD} T_{12} + v_{CA} \left(\tau_{1z} + \tau_{2z} \right) \,,$$

gdzie I_d jest operatorem identycznościowym oraz $T_{12} = 3\,\tau_{1z}\,\tau_{2z} - \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2$. W powyższym wzorze występuje część niezależna od ładunku (CI), część zależna od ładunku (CD) i część ładunkowo-asymetryczna (CA). Wyrazić współczynniki v_{CI}, v_{CD} i v_{CA} przy pomocy następujących elementów macierzowych potencjału $v_{T=1}$: $v_{pp} \equiv \langle pp \mid v_{T=1} \mid pp \rangle$, $v_{nn} \equiv \langle nn \mid v_{T=1} \mid nn \rangle$ i $v_{np} \equiv \langle np \mid v_{T=1} \mid np \rangle$, gdzie $\mid pp \rangle \equiv \mid 11 \rangle$, $\mid nn \rangle \equiv \mid 1 -1 \rangle$ i $\mid np \rangle \equiv \mid 10 \rangle$ oznaczają odpowiednio stan dwóch protonów, dwóch neutronów oraz stan neutron-proton z całkowitym izospinem $T = 1$.

2. Operator tensorowy działający w przestrzeni spinu dwóch nukleonów zefiniowany jest w sposób następujący:

$$S_{12} = 3\,\hat{s} \cdot \vec{\sigma}_1\,\hat{s} \cdot \vec{\sigma}_2 \,-\, \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \,,$$

gdzie $\hat{s}$ jest dowolnym wektorem o długości 1. Policzyć spinowe elementy macierzowe pomiędzy stanami całkowitego spinu dwóch nukleonów: $\langle 00 \mid S_{12} \mid 00 \rangle$, $\langle 10 \mid S_{12} \mid 00 \rangle$, $\langle 10 \mid S_{12} \mid 10 \rangle$, $\langle 11 \mid S_{12} \mid 11 \rangle$ i $\langle 1 -1 \mid S_{12} \mid 1 -1 \rangle$.

3. Oddziaływanie kulombowskie dwóch nukleonów jest możliwe tylko między dwoma protonami. W formaliźmie izospinowym można wprowadzić operator rzutowy dla protonu $\Pi_p = \frac{1}{2} \left(I_d + \tau_z \right)$, który z konstrukcji spełnia $\Pi_p \mid p \rangle = \mid p \rangle$ oraz $\Pi_p \mid n \rangle = 0$ i wykorzystać go do zbudowania operatora potencjału kulombowskiego w przestrzeni izospinowej dwóch, trzech i większej liczby nukleonów. Wykazać, że elementy macierzowe operatora $V_C = \Pi_p(1)\,\Pi_p(2)$ między stanami izospinowymi dwóch protonów i neutronu z różnymi wartościami całkowitego izospinu $T = \frac{1}{2}$ i $T = \frac{3}{2}$),

$$\langle \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \right) 1 \left(1 \frac{1}{2} \right) \frac{3}{2} \frac{1}{2} \mid V_C \mid \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \right) 1 \left(1 \frac{1}{2} \right) \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle \,,$$

nie są równe zero, co oznacza, że całkowity izospin nie jest na ogół tzw. dobrą liczbą kwantową dla układów z większą niż 2 liczbą nukleonów.

4. Wyliczyć następujące elementy macierzowe ($i = 1, 2, 3$, α oznacza składową sferyczną)

$$\langle \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \right) t' \left(t' \frac{1}{2} \right) T' m_{T'} \mid \tau_{i\alpha} \mid \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \right) t \left(t \frac{1}{2} \right) T m_T \rangle \,,$$

$$\langle \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right) t' \left(t'\frac{1}{2}\right) T' m_{T'} \mid \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \mid \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right) t \left(t\frac{1}{2}\right) T m_T \rangle \,,$$
$$\langle \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right) t' \left(t'\frac{1}{2}\right) T' m_{T'} \mid (\vec{\tau}_1 \times \vec{\tau}_2)_\alpha \mid \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right) t \left(t\frac{1}{2}\right) T m_T \rangle \,,$$
$$\langle \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right) t' \left(t'\frac{1}{2}\right) T' m_{T'} \mid (\vec{\tau}_1 \times \vec{\tau}_2) \cdot \vec{\tau}_3 \mid \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right) t \left(t\frac{1}{2}\right) T m_T \rangle \,.$$

Kolejność sprzężeń jest następująca: $\vec{t} = \vec{t}_1 + \vec{t}_2$, $\vec{T} = \vec{t} + \vec{t}_3$.

Wskazówka: we wszystkich zadaniach warto wykorzystać reprezentację macierzową stanów i operatorów, a obliczenia wykonać w programie *Mathematica* [2].

Literatura:

[1] R.B. Wiringa, V.G.J. Stoks, and R. Schiavilla, Phys. Rev. C**51**, 38 (1995).
[2] J. Golak *et al.*, Eur. Phys. J. A**43**, 241 (2010).