Zestaw 9

1. Używając tzw. jednostek naturalnych, wyrazić sekundę i kelwin w gigaelektronowoltach.

2. Używając odpowiednich stałych konwersji, przekształcić przekrój czynny na rozpraszanie Thomsona
$$\sigma = \frac{8\pi\alpha^2}{3m_e^2}$$
z jednostek naturalnych do jednostek praktycznych i wyliczyć σ w milibarnach. α jest (bezwymiarową) stałą struktury subtelnej $\alpha \approx 1/137.036$, a m_e masą elektronu.

3. Bezmasowa cząstka o energii E zderza się elastycznie ze spoczywającą cząstką o masie M. Znaleźć zależność końcowego pędu bezmasowej cząstki od jej kąta rozproszenia θ. Kąt rozproszenia to kąt pomiędzy początkowym i końcowym pędem cząstki.

4. Cząstka o masie m i całkowitej energii E zderza się elastycznie ze spoczywającą cząstką o masie $M > m$. Znaleźć zależność końcowego pędu cząstki o masie m od jej kąta rozproszenia θ. Kąt rozproszenia to kąt pomiędzy początkowym i końcowym pędem cząstki. Znaleźć energię całkowitą cząstek w układzie całkowitego pędu równego zero oraz długość pędu każdej z cząstek w tym układzie. Przedstawić w prostej postaci wyniki dla $m = 0$ i $M > 0$.

5. Zakładając, że swobodny neutron rozpada się w spoczynku, policzyć maksymalne energie każdego z trzech produktów rozpadu: protonu, elektronu i antyneutrina elektronowego. Masy neutronu, protonu, elektronu i antyneutrina elektronowego wynoszą odpowiednio: $M_n = 939.565\,\mathrm{MeV/c^2}$, $M_p = 938.272\,\mathrm{MeV/c^2}$, $M_e = 0.511\,\mathrm{MeV/c^2}$, $M_{\bar{\nu}_e} = 10\,\mathrm{eV/c^2}$, przy czym ta ostatnia wartość nie jest oczywiście znana dokładnie.

6. Sprawdzić, że jeśli dla dwuskładnikowego spinora χ_h zachodzi $\frac{\vec{p}\cdot\vec{\sigma}}{p}\,\chi_h = h\,\chi_h$, gdzie $h = \pm 1$, to spinor
$$u(\vec{p}, h) = \sqrt{E+m}\begin{pmatrix} \chi_h \\ \frac{p}{E+m}\,h\,\chi_h \end{pmatrix}$$
spełnia równanie Diraca $(\gamma_\mu p^\mu - m\,)\,u(\vec{p}, h) = 0$ i jest stanem własnym operatora skrętności (helicity)
$$\frac{\vec{p}\cdot\vec{\Sigma}}{p} = \frac{1}{p}\begin{pmatrix} \vec{p}\cdot\vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{p}\cdot\vec{\sigma} \end{pmatrix}$$
do wartości własnej h. Przyjęto oznaczenia $p \equiv \mid \vec{p} \mid$ oraz $E \equiv \sqrt{m^2 + p^2}$.